量子场论

弗兰克.维尔切克

2011 年 3 月 1 日

摘要

在这里我将探讨量子场论的一般原理，并且尝试阐明其最深刻的结果。在这些结果中最深刻的，源自于定域性要求的无穷多的自由度。我将提及一些量子场论最震撼人心的成功，包括已经实现的和我们预期的。伴随着对量子场论历史的回顾，我们将一同看到它可能存在的局限性。

一. 综述

量子场论，是如今主导物理学的电弱理论以及强相互作用理论（二者一起组成粒子物理标准模型）藉以表达的框架。量子电动力学（QED），不仅给予原子物理以及化学以完整的基础，而且藉其作出的计算，已经达到了无与伦比的精确度。例如，实验测定的缪子磁偶极矩的数值是：

$$(g-2)_{exp.} = 233184600(1680) \times 10^{-11} \tag{1}$$

而理论计算给出的数值是：

$$(g-2)_{theor.} = 233183478(308) \times 10^{-11} \tag{2}$$

使用量子色动力学（QCD），在可预见的将来，我们却不能期望达到这样的精确程度。然而量子色动力学提供了与QED不同的，且至少同样令人印象深刻的证据，证明量子场论基本原理的正确性。事实上由于在QCD中相互作用更强，QCD显示了更多样的各种量子场论特有的现象。包括有效耦合常数随着距离或能标的跑动，以及禁闭现象。在QCD下进行的多圈图计算以及庞大的（对于完整理论的分立化近似）数值模拟，已经得到了实验的确证。

量子场论也为凝聚态物理提供了强大的工具，特别是关于量子多体理论的研究，诸如金属、超导体、He3以及He4等量子液体的低温行为、量子霍尔效应，以及其他。虽然限于篇幅和重点我在这里不会就此进行探讨，但就其本身来说，凝聚态理论和高能理论之间通过量子场论进行的交叉融合是一种不寻常的现象。初步列举一下历史上重要的此类例子，我们看到有整体及定域对称性的自发破缺、重整化群方法、有效场论、孤子、瞬子、以及分数电荷和分数统计。

由以上诸多例子，可以清楚地知道，量子场论在我们对于自然的描述中占据着核心的位置。它不仅提供了我们拥有对于基本物理定律最好的且实用的描述，而且提供了对于复杂系统的有效研究方式。然而对于例子的列举，尽管战果昭然，并不能回答而反倒是向我

们提出了更基本的问题：什么是量子场论最重要的特征？量子场论为我们增加了对于世界怎样的理解，这样的理解不会分别存在于量子力学和经典场论之中？

对于第一个问题没有分明的回答。理论物理学家在采用工具这一点上是十分灵活的，没有任何公理化能跟上他们的脚步。然而我认为一个合理的对于量子场论核心的思想的阐述是两方面的。第一，基本的动力学自由度是定义在时空上的算符函数—量子场，它们遵守适当的对易关系。第二，这些场的相互作用是局域的。于是在一个时空点上，支配场的运动的方程以及对易关系只能依赖于场在这一点上的行为以及导数。某些时候使用其他遵守非定域方程的变量是方便的，然而从量子场论的精神出发，总会有比这些变量更加基本的定域变量存在。这些想法，配以对称性的假设（在标准模型的框架下，即洛伦兹协变性以及规范不变性），显示了极强大的力量，正如我们下面所要探讨的。场的观念支配物理学，是从十九世纪法拉第的工作开始的。当人们认识到相互作用的传播不能超过一个极限速度这一不为牛顿所知却成为狭义相对论基础的事实时，场的观念，相对于早先以粒子之间的力表述基本定律的牛顿理论框架，就有了概念上的优势。在给定时间作用在一个给定粒子上的力不能由同一时刻其他粒子的位置给出，而必须由那些粒子先前的位置以一种复杂的方式给出。电磁学的基本定律最简单的表述将以充斥时空的场给出，法拉第的这一直觉被麦克斯韦的数学理论阐释的淋漓尽致。

定域性的观念，粗略的说即对于近处物体行为的预测无需借助远方物体的信息，这对于科学实践来说是基本的。实事求是的实验者—占星术家除外—基于无数成功的实验，自信地预期：若将实验合理地（一般是适度的）从外界干扰中孤立出来，他们将得到可重复的结果。直接的对于定域性的定量检验，或对于其"堂兄弟"因果性的检验，是由色散关系给出的。

场与定域性观念的古老而深邃的历史根源并不能保证这些观念在被拓展至其起源—我们的经验事实之外，进入亚原子和量子世界时仍然正确。这一拓展必须被其结果所证实或证伪。这很自然地将我们引向第二个问题。

毋庸置疑，唯有量子场论能够解释的自然界最深的秘密是，互不相同却不可分辨的基本粒子副本的存在。宇宙中任何两个电子，无论其起源以及历史是怎样，在测量之下总会有完全相同的性质。对此我们的理解是，它们都是同一个基本的电子场的激发。于是，电子场成为了主要的实体。当然，同样的逻辑适用于光子或者夸克，甚至是原子核、原子以及分子等复合体。粒子的不可辨性对于现代的物质科学来说是如此熟悉而基本，这使我们轻易地就视其为理所当然。然而这一事实绝非显然。比如，它直接与莱布尼茨哲学的一大支柱—不可辨别者同一律，相矛盾，后者强调两个实体若不可辨，即为同一实体。麦克斯韦认为分子之间的相似性是如此的惊人，以至于他在他撰写的《大不列颠百科全书》中"原子"词条中最后一部分，花了超过一千字探讨这个问题。他得到结论："于是，分子的形成这一事件，不属于我们在其中生活的这个自然秩序的范畴之内···它的发生必定不是在地球及太阳形成的世代···而是在我们现有自然秩序建立之时···"

不同种类的全同粒子的存在，从逻辑上讲，是量子场论第二个深邃洞见的前提，即：每一类全同粒子具有唯一的量子统计。给定一类基本粒子的不可分辨性，以及其相互作用在粒子互换下完全的不变性，量子力学的一般原理告诉我们，构成置换群任何一个表示的

解在演化下将保持这一对称性，但是关于哪些表示会被实现并没有要求。量子场论不仅仅解释了全同粒子的存在以及它们的相互作用在置换操作下的不变性，而且约束了解所能具有的对称性。对于玻色子只有恒等表示才是物理的（对称波函数），对于费米子只有一维奇表示是物理的（反对称波函数）。并且有自旋-统计定理：整数自旋的粒子必须是玻色子，半整数自旋的粒子必是费米子。当然这些一般性的预测已为许多实验所确证。特别地，电子作为费米子的特性，是物质稳定性以及元素周期结构的基础。

从量子场论得到的第三个一般而深邃的洞见是反粒子的存在。这一预见首先被狄拉克提出，基于的是他对自己的场方程进行的天才的但现在看来显得陈旧了的解释，狄拉克方程的含义的澄清，是量子场论建立过程中的关键一步。在量子场论中，我们将狄拉克波函数重新解释为依赖于时空位置的算符。以狄拉克方程的解将其展开，展开系数是算符。正能解的系数是消灭一个电子的算符，负能解的系数是产生一个（正能量的）正电子的算符。基于这一诠释，一个狄拉克空穴理论的改进方案立刻出现了。（不像原始的空穴理论，这一诠释可以自然地推广到玻色子，以及电子与正电子数量之差会改变的过程中。）CPT定理，是量子场论的一个在任意复杂相互作用下都成立的非常一般性的结果。它指出电荷共轭、宇称和时间反演的乘积，总是我们的世界的一个对称性操作，尽管它们中的每一个可以-而且确实是！—被破坏。反粒子就是由相对应粒子的CPT共轭定义的。

上述三个非同小可的事实：不可分辨粒子的存在，量子统计现象，以及反粒子的存在，都是自由量子场的主要结果。当把相互作用加入量子场论之中时，这个世界的另两个一般性的特征就凸显了出来。

第一个特征就是无处不在的粒子产生和湮灭过程。定域相互作用涉及场算符在一点的乘积。当把这些场展开成产生湮灭算符与振动模的乘积时，我们发现这些相互作用对应于可以产生、消灭粒子或是把粒子转化成其他种类粒子的相互作用。这一可能性，当然，是在最先建立的量子场论-量子电动力学中发生的，在QED中，相互作用是由电子场、其厄米共轭和光子场的乘积产生的。电子（或正电子）发射和吸收光子，以及电子-正电子对产生的过程，浓缩在这个乘积里。正因为光的吸收和发射是那么寻常的经验，并且电动力学是那么一个特别而熟悉的经典场论，形式与事实之间这一对应起初并未引起多大重视。第一个有意识的对于量子场论描述转变过程的潜力的发掘是费米的Beta衰变理论。他将游戏规则倒过来，从实验观察到的粒子转变过程推断其背后隐含的场的定域相互作用。费米的理论不谈论光的产生和湮灭，而探讨原子核和电子（以及中微子）这些”物质成分”的产生和湮灭。以这一理论为发端，经典的只涉及稳定且孤立的个体的原子学，逐渐被一个更加复杂而准确的图景代替。在这一图景中，只有场是永恒的，而不是那些被它们产生和湮灭的个体。第二个是将”力”和相互作用与粒子的交换联系起来。当麦克斯韦建立起电动力学的方程时，他发现它们可以有无源的电磁波解。于是经典的电场和磁场就有了它们自己的灵魂。带电粒子之间的电力和磁力被解释为源于作为电场和磁场源的粒子，通过场与其他粒子发生作用。在量子场论中，从场和粒子的对应出发，麦克斯韦的发现对应于光子的存在。将”力”（或是更一般地说，相互作用）与粒子交换相联系，是量子场论的一个一般特性。汤川秀树利用这一特性通过核力的力程推断出派介子的存在以及其质量，后来在电弱理论中人们藉此推断出W和Z玻色子的存在以及其质量等性质，在QCD中人们推断出胶子喷注

的存在以及其性质—那时它们还没有被发现。

上述两点突出的事实：粒子产生和湮灭的发生，以及粒子和力之间的联系，本质上是经典场论辅之以我们在自由场论中学到的场-粒子对应的结果。事实上，经典的具有非线性相互作用的波会改变形式、散射、辐射，这些过程完全对应粒子的转变、相互作用和产生。在量子场论中，这些是在树图中即可见的性质。

以上所述的自由量子场论的主要结果，以及其在形式上包括非线性相互作用后的延伸，早在1930年代末便已广为人知。量子场论更深邃的性质，作为这篇文章余下篇幅的主题，源于引入无穷多自由度的必要性，以及所有这些自由度在量子涨落中被激发的可能。从数学的观点看，这些深层次的性质是在考虑圈图的时候出现的。

从物理的观点看，与无穷多自由度相应的潜在困难第一次出现是在导致量子论诞生的问题之中，即黑体辐射的紫外灾难。讽刺的是，从那之后的历史来看，量子论的关键地位恰恰在于消除了经典电动力学的无穷多自由度造成的灾难性后果。经典电磁场可以被分解成任意高波数的振子的独立振动。由经典统计力学中的能均分定理，在温度为T的热平衡态，这些振子中的每一个都会具有平均能量kT。量子力学带来的改变是，要求振动频率为ω的振子具有以$\hbar\omega$为单元量子化的能量。于是高频率的振动模式被波尔兹曼因子指数压低，具有的平均能量不再是kT，而是$\frac{\hbar\omega\exp-\frac{\hbar\omega}{kT}}{1-\exp-\frac{\hbar\omega}{kT}}$。于是，量子的角色，在于防止了以极高频模式做小振幅振动带来的能量积累。它在压低高频模式的热激发时表现的十分有效。

但是在消除任意小振幅激发的同时，量子论引入了这些模式总是内禀地具有一个比较小的激发能的观念，这一激发能正比于$\hbar$，这一被称作零点运动的现象是测不准原理的结果。对于一个频率为ω的谐振子，其基态的能量不是零，而是$\frac{1}{2}\hbar\omega$。对于电磁场来说这会导致，对于高频谐振子求和时会出现高度发散的基态能量。对于大多数物理过程而言能量的绝对大小是不重要的，所以这个特殊的发散并不会使理论毫无用处。但是，它确实印证了高频振动模的危险性，而对于它的处理则是重整化理念的发端：只有当我们问的问题具有直接的可操作的物理意义时，我们才可以要求—一般的说可以得到—一个合理的有限的答案。

无穷多自由度的存在首先在电磁场理论中出现，然而这是一个一般性的现象，它深深地与场相互作用的定域性要求相联系。因为当构造在时空点x上的定域场时，我们必须进行叠加：

$$\psi(x) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\psi(k) \tag{3}$$

其中包含了可以延伸至任意高动量的场分量$\psi(k)$，此外对于一个一般的相互作用：

$$\int L = \int \psi(x)^3 = \int \frac{d^4k_1}{(2\pi)^4}\frac{d^4k_2}{(2\pi)^4}\frac{d^4k_3}{(2\pi)^4}\psi(k_1)\psi(k_2)\psi(k_3)(2\pi)^4\delta^4(k_1+k_2+k_3) \tag{4}$$

我们看到一个低动量模$k_1\approx 0$可以与任意高动量的模式k_2、$k_3\approx -k_2$耦合，没有任何压低因子。定域的耦合，在这个意义上，是很”硬”的。只要在高动量存在无穷多自由度，且这些自由度具有很硬的相互作用，紫外发散就不会消失，虽然与被普朗克消除的紫外类似，但这些发散的起因是量子涨落，而非热涨落。如前所述，量子场论更深层次的结果起源于此。

首先，相比起单纯形式上的考虑，建立起一个非平凡的相互作用相对论量子场论变得困难的多。我们发现自洽的量子场论存在于一个十分局限的类别中，其内含高度决定于时空的维数和涉及粒子的自旋。要构造它们需要格外的小心，贯彻这个构造所需要的取极限过程的逻辑，将直接导致重整化理论、耦合常数的跑动，以及渐进自由。

其次，即便是能够真正构造的量子场论，它们所具有的对称性也比在形式上所具有的少。QCD标度行为-即量纲分析-的破坏，以及电弱标准模型中重子数不守恒即是这个一般现象的特例。最原初的例子-很遗憾由于过于复杂我无法在此完全解释-涉及衰变过程$\pi^0 \to \gamma\gamma$，在这里手征对称性（经典的）预测了一个极小的衰变率。然而当计入量子场论的修正（所谓"反常"）时，计算与实验结果高度地吻合了。

二．框架

物理常数$\hbar$和c深植于相对论量子场论的框架之中，分别以它们作为作用量和速度的单位是公认的。在这个单位制下，当然有$\hbar = c = 1$，且一切我们关心的物理量的单位都是质量的幂次。于是动量的量纲是$(M)^1$，或简单的说就是1，因为质量乘以c是一个动量；长度的量纲是$(M)^{-1}$，或简单的说是-1，因为$\frac{\hbar c}{M}$是一个长度。通常的建立量子场论的方式是将量子化规则用于连续的场论，遵循以算符对易子（对于费米子，是反对易子）替换泊松括号的正则手续。描述自旋0和1/2粒子的分别具有质量m和μ理论，是以一下拉格朗日密度为基础的。

$$L_0(x) = \frac{1}{2}\partial_\alpha \phi(x)\partial^\alpha \phi(x) - \frac{m^2}{2}\phi(x)^2 \tag{5}$$

$$L_{\frac{1}{2}}(x) = \psi^\dagger(i\gamma^\alpha \partial_\alpha - \mu)\psi(x) \tag{6}$$

由于作用量$\int d^4x$具有的质量量纲是0，于是标量场ϕ的质量量纲是1而旋量场的质量量纲是3/2,。具有自旋1的场的拉式密度是麦克斯韦理论，

$$-\frac{1}{4}(\partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha)(\partial^\alpha A^\beta - \partial^\beta A^\alpha) \tag{7}$$

于是矢量场A的量纲是1.对于非阿贝尔矢量场（杨-米尔斯场）也是如此。

至此，我们所有的拉式密度都是场量的二次型。定域相互作用的拉式密度是由一点上的场以及它们的导数的乘积构造的。这种项的系数是耦合常数，这些系数的量纲必须合适，要保证拉式密度具有质量量纲4。故汤川理论中两个旋量场和一个标量场乘积项的耦合常数y必须是零。由最小耦合$\partial_\alpha \to \partial_\alpha + igA_\alpha$得到的规范耦合常数g也显然具有零质量量纲。

非负质量量纲的耦合常数的可能种类是很少的。这一事实非常重要，原因如下。考虑将一个给定的相互作用项视作微扰。若其耦合常数κ具有负质量量纲-p，那么它的幂会以$\kappa\Lambda^p$ 的形式接连出现，Λ是某种具有质量量纲的参数。正如我们已经看到的，定域场论中的相互作用是硬的，我们预期Λ代表着我们允许出现的最大的质量尺度（截断），随着我们去掉对质量尺度的限制，它会发散。于是我们预期具有负质量量纲耦合的基本相互作用，至少在微扰论中，是不合理的。这样的相互作用被称作是不可重整的。

标准模型完全建立在可重整的相互作用之上。而这或许并不是关于自然的一个基本的事实。若不可重整的相互作用出现在一个特定质量标度之下的有效描述中，这仅仅说明理论本身需要作出改变—在更高的能标上很可能会出现新的自由度。若我们采纳这一观点，

标准模型只包含可重整相互作用这一事实的重要性就在于：（至少从微扰论中的发散的角度讲）在任意高的质量标度下它都不需要作出什么改变。无论我们是否将其称为一个基本的事实，这无疑是深刻的。

此外，所有与规范对称性以及标准模型多重态结构相容的可重整相互作用确乎都出现了–"不被禁止的，即是必然的"。在允许任意可重整相互作用的标准模型的对称性与我们这个世界的对称性之间存在着美丽的一致性。我们理解为什么奇异数会被破坏，但重子数却不会。（唯一不和谐的音调来自QCD中的θ项，标准模型的对称性允许其存在而其测量值却十分精确地显示为零。可能的解释是有的，涉及一种十分轻的"轴子"场）。

以数幂次的方式估计发散度，基于的假设是不存在可以让高动量模式的贡献相消的特别的对称性。这一假设对于超对称理论并不成立，这种理论中玻色子和费米子振动模式的贡献会相消，对于由将超对称进行软破缺生成的理论这也是不成立的。在后者中，超对称破缺的能标作为截断Λ的角色出现。

我们所讨论的计数幂次的方法，对于$(\ln \Lambda)^2$这样的发散来讲过于粗糙了。然而这样的发散式广泛存在且极其重要的，如我们下面将要讨论的。

三.耦合常数的跑动

在一个包含任意非阿贝尔规范场与标量场及旋量场耦合的理论中对于常磁场能量的计算，为量子场论中无穷大的起因以及处理方式提供了绝好的例子。在这里，跑动耦合常数的概念很自然地被引入，并且具有重要物理意义的定性及定量的结果可以被直接得到。我们关心的相互作用拉式密度是：

$$L = -\frac{1}{4g^2} G^I_{\alpha\beta} G^{I\alpha\beta} + \psi^\dagger (i\gamma^\nu D_\nu - \mu)\psi + \phi^\dagger(-D^\nu D_\nu - m^2)\phi \tag{8}$$

这里$G^I_{\alpha\beta} \equiv \partial_\alpha A^I_\beta - \partial_\beta A^I_\alpha - f^{IJK} A^J_\alpha A^K_\beta$和$D_\nu \equiv \partial_\nu + i A^I_\nu T^I$分别是场强和协变微商。$f^{IJK}$是规范群的结构常数，$T^I$是与协变微商作用于其上的场相适配的表示矩阵。这一拉式量与通常使用的相差一个重标$gA \to A$，是为了强调规范耦合常数g仅仅作为第一项的系数出现。g衡量产生非平凡的规范曲率需要的能量，换句话说，是规范场的刚度。一个小的g相应于一个难以激发的规范场。

当然从表面上看，这个拉式量告诉我们产生一个磁场B^I需要的能量是$\frac{1}{2g^2}(B^I)^2$。这是经典的能量，但在量子理论中这不是全部。一个更为正确的计算需要考虑到磁场对于带电粒子场的零点能的影响。之前，我们已经遇见并简单讨论了由于场的振动模式的不可消除的量子涨落—这些模式与无数互相独立的谐振子对应—而产生的一个在形式上为无穷大的对于基态能量的贡献。若仅仅是能量之差是物理上有效应的，我们可以忽略这个无穷大。但是外加一个磁场带来的零点能的变化是不可忽略的。它代表磁场引起的对于量子态的物理能量的真实贡献。我们即将看到，依赖于场的那一部分能量也会发散。

暂时抛开推导不看，我们可以预期一下答案的形式，并探讨其解释。不失一般性，我假设磁场指向规范群中一个归一化的对角生成元。这使得我们可以撇下指标，从而直接借鉴电动力学的概念和直觉。若我们将求和局限于能量小于一个截断Λ，我们得到能量：

$$\varepsilon(B) = \varepsilon + \delta\varepsilon = \frac{1}{2g^2(\Lambda^2)B^2} - \frac{1}{2}\eta B^2 (\ln(\frac{\Lambda^2}{B}) + finite) \tag{9}$$

其中

$$\eta=\frac{1}{96\pi^2}[-(T(R_0)-2T(R_{\frac{1}{2}})+2T(R_1))]+\frac{1}{96\pi^2}[3(-2T(R_{\frac{1}{2}})+8T(R_1))] \tag{10}$$

未列出的项当Λ趋于无穷的时候是有限的。为了以下的方便我们引入记号$g^2(\Lambda^2)$。因子$T(R_s)$是自旋s表示矩阵的迹，它表示该种粒子带的荷的平方和。假设$B\gg\mu^2,m^2$，对数中的分母由量纲分析确定。

这个计算中最震撼的，也是一眼看去最令人不安的一点是，为使结果有限，一个截断Λ是必需的。若我们不想引入一个新的基本标度—这样做会威胁定域性假设（根据我们前面的探讨）—我们就必须在对于物理上有意义的量的描述中消除对于任意截断Λ的依赖。这一类的问题是由重整化方案解决的。核心的想法是：如果我们进行的试验探测的特征能量及动量标度是远在Λ之下的，我们预期我们影响，或者依赖于高能标物理的敏感程度是很受限制的。于是我们预期作为在计算中消除这些高能模而引入的截断Λ，是可以被消除（取为无穷大）的。在我们的磁场例子中，我们立刻发现磁化率

$$\varepsilon(B_1)/B_1^2-\varepsilon(B_1)/B_1^2=finite \tag{11}$$

的行为是良好的—即，当$Lambda$趋向无穷的时候无关于$Lambda$。于是若我们在一个磁场B参考值处测量磁化率，或等价地，测量耦合常数，以上计算对于其他任何B值处的测量结果可以给出合理且无疑义的预测。

这个简单的例子佐证了一个广泛的多的结果，即经典的重整化的核心结果，如下。原始拉式量中的少数物理量，如相应于耦合常数以及质量的参数，在形式计算中会发散或是依赖于截断，我们选取实验结果的数值作为其值。它们定义了物理的耦合常数，不同于原始的，或者说裸的，耦合常数。于是在我们的例子里，我们可以定义磁化率在某个参考场值B_0处的值为$\frac{1}{2g^2(B_0)}$。然后我们就有了物理的或重整化的耦合常数

$$\frac{1}{g^2(B_0)}=\frac{1}{g^2(\Lambda^2)}-\eta\ln(\frac{\Lambda^2}{B_0}) \tag{12}$$

(在这个方程中，为了表述简洁，我略去了有限项。这些项在B_0很大时相对来说是可略的。并且在g^2的更高阶也有修正。)裸的耦合常数当然就为

$$\frac{1}{g^2(\Lambda^2)}=\frac{1}{g^2(B_0)}+\eta\ln(\frac{\Lambda^2}{B_0}) \tag{13}$$

有了这些量，费曼图重整化的核心结果就是，在把裸耦合常数和裸质量重新用相应的物理的、重整化的量表示后，任何物理量的微扰展开中的系数趋于有限的极限，在截断趋于无穷的时候无关于截断。（为了完全准确，还需要进行波函数的重整化。原则上这没有什么不同，仅仅是将拉式量中动能项的裸系数重新表示为重整化的值。）

关于这个微扰论究竟是收敛的还是仅仅是一个定义好的理论的渐近展开的问题，在图分析中没有得到回答。我们即将看到这个漏洞绝非纯技术性的问题。

选取一个定义耦合常数的标度B_0类似于在几何中选取坐标原点。对于相同物理的描述，可以选取不同的重整化标度，只需同时对耦合常数进行相应的调整。我们抓住这个思想，引入跑动耦合常数的概念，要与方程（12）相一致，耦合常数要满足方程：

$$\frac{d}{d\ln B}\frac{1}{g^2(B)}=\eta \tag{14}$$

有了这一定义，选取特定标度定义耦合常数不会影响最终的结果。

但深远而重要的是，尽管形式上来说背后的原始理论是尺度变换下不变的（如无质量夸克的QCD），抑或我们关心的物理是在远高于理论中所有粒子质量的能量标度上，耦合常数的跑动会让不同质量标度下的行为产生实实在在的区别。高频率模式的量子零点运动成为了尺度对称性的破缺“坚硬的”根源。

在一个形式上尺度不变的理论中出现不同尺度之间的区别，是“量纲嬗变”这一现象的实现。我们有的是一系列只在一个有量纲参数的数值上有差别的理论，比如使$1/g^2(B)=1$的B值，而不是一系列以一个无量纲参数标志的理论。

很清楚，方程（14）的解的定性性质决定于η的符号。若$\eta>0$，则耦合常数$g^2(B)$会减小，伴随着B的增加或者换句话说，随着我们把更多模式作为动力学自由度，即更靠近“裸电荷”。这些振动模在加强，或者说是“反屏蔽”裸电荷。这就是“渐进自由”。在相反的情形下$\eta<0$，随着B的增加耦合常数会增加甚至发散，至少在形式上。$1/g^2(B)$ 穿过零，继而变号。表面上看，这似乎告诉我们，在强场下会形成铁磁性的真空，理论是不稳定的。要接受这个结论我们不得不持有大把的保留意见，因为当g^2很大时，对于作为以上分析基础的方程（13）、（14）的高阶修正就不可忽略了。

在渐进自由的理论中，我们可以以一个有说服力的方式完成重整化过程。包括极大频率振动模以及消除截断的过程不会遇到任何障碍。于是我们可以自信地预期，理论是有良好的、不依赖于微扰论的定义的。特别的是，假如理论已在一套时空格点上离散化了，我们就无需考虑极高动量和能量的振动模。在渐进自由的理论中，随着我们缩小离散化的尺度，我们可以用对于耦合常数定义好的且可控的方式进行调整来补偿这些模式的出现。QCD中使用庞大的计算机模拟进行的令人振奋的非微扰计算充分利用了这一方案。这些计算佐证了理论完全的自洽性以及其定量计算强子质量的能力。

在一个非渐进自由的理论中耦合常数不会变小，没有简单易行的方式来补偿缺失的振动模，一个潜在的高能极限理论的存在性是可疑的。

现在我们来讨论如何计算η。方程（10）中的两项相应于两种不同的物理效应。第一项是对流的，或抗磁（屏蔽）项。整体系数的计算比较技术化，在这里我没有空间去计算。然而其一般形式是明晰的。这一现象无关于自旋，故仅仅是简单地计数场的分量个数（标量场是1，自旋二分之一粒子和无质量自旋一粒子都是二，二者都有两个螺旋度）。对于玻色子而言该作用势屏蔽的，然而对费米子来说有一个符号差，这是因为费米谐振子的零点能量是负的。

第二项是自旋顺磁磁化率。对于自旋s的具有旋磁比g_m的无质量粒子，零点能的移动是：

$$\Delta\varepsilon=\int_0^{E=\Lambda}\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\frac{1}{2}(\sqrt{k^2+g_m sB}+\sqrt{k^2-g_m sB}-2\sqrt{k^2}) \tag{15}$$

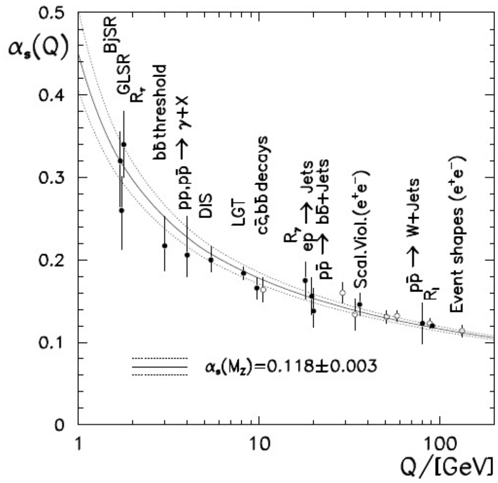

图 1: FIG.1. QCD中理论和实验的比较，刻画了耦合常数的跑动。这一曲线上的几个点代表了数百个独立的测量，其中的任何一个都有机会证伪整个理论。图片来自M.Schmelling,hep-ex/9701022

经计算得到：

$$\Delta\varepsilon = -B^2(g_m s)^2\frac{1}{32\pi^2}\ln(\frac{\Lambda^2}{B}) \tag{16}$$

若$g_m = 2$，$s = 1$（且$T = 1$），这就是自旋1粒子的贡献；若$g_m = 2$，$s = \frac{1}{2}$，再乘以一个符号差，就是自旋二分之一粒子的贡献。旋磁比2分别是杨-米尔斯方程和狄拉克方程的直接结果。

这个简单的计算给了我们关于非阿贝尔规范理论具有的不寻常的反屏蔽行为一个启发式的理解。这一行为起源于携荷的矢量场可观的顺磁响应。由于我们关心的是极高能量的模，基于重粒子电响应的“电荷屏蔽”的通常直觉失效了。在带同样荷的粒子之间可以为吸引的磁相互作用（顺磁性），对于极端相对论性粒子，总是重要的。事实是在数值上它们是主导的。

尽管上面我在真空磁导率这个十分特殊的例子中阐述了跑动耦合常数的概念，但其应用要广泛的多。基本思想就是，在分析特征能量-动量尺度（平方）为Q^2的过程时，合适地选用Q^2处的跑动耦合常数，即我们之前的$g^2(B = Q^2)$。以这种方式我们能够抓住虚振子激发所带来的可观的动力学效应，并且避免当要把它们全部考虑进计算时（到无穷的质量标度）出现的形式上的发散。在更为形式化的层面上，合适的有效耦合常数让我们能够在合适的能标上重整化相互作用顶点，从而避免了费曼图计算中出现的大log。在量子场论中有一章完备的、冗长的内容，将这一粗糙的想法证明并打造为一套可以对实实在在的实验做出定量且细致的预测的方法。在这里我不能对于那些为了得到下图（图1）所进行的艰难的英雄式的理论以及实验工作做出合适的说明，然而在这里适合指出的是：量子场论给出了真实的结果，我们必须计算各种复杂相互作用产生的双圈甚至三圈图才能在实验达到的精度对理论进行验证。

在图1中可以看到一个有趣的特点：对于耦合常数的理论预测值在Q^2比较大时收敛了，

也就是在小Q^2处还比较大的预测值范围在大Q^2处小了很多。于是就算以粗略的估计来得到相对合适的能标，也能对$G^2(M_Z^2)$作出约为百分之十精度范围内的估计（一般的预期是强相互作用在$g^2(Q^2) \sim 1$时变强）泡利和其他一些人最初认为对于精细结构常数的计算将是理论物理下一座里程碑的想法，现在看来似乎是被误导了。精细结构常数只是另一个跑动耦合常数，不比其他常数更基本，而且看来并不是在理论上最容易计算的一个。不过我们对于观测到的精细结构常数的强相互作用对应物进行的几乎无需附加参数的预测，从某种意义上说实现了他们的梦想。

电弱相互作用耦合常数的跑动始于在低质量标度下较小的数值，故跑动产生的影响比较小（虽然已被观察到）。然而，将这些思想应用到强、电磁、弱相互作用的大统一模型，可以为我们带来比这些谨慎的定量研究更加引人入胜的观念性的突破。

标准模型的集中不同组成有一个共同的数学结构，均为规范理论。它们共同的结构使人猜测它们是一个更大规范对称性的不同方面，在这个对称性中，色荷、弱荷以及电荷可以被统一起来。标准模型中夸克和轻子的多重态结构可以被大统一群SU（5）和SO（10）的表示很漂亮地囊括在内。然而，困难时显而易见的，标准模型中不同相互作用的耦合常数的数值远不相同，而大统一对称性要求这些耦合具有相同的值。耦合常数的跑动提供了绕过这一难关的途径。由于强、弱、电相互作用的耦合常数跑动各不相同，在现在实验可达到的能标下不相等并不能代表在高能标下的情形。可以想象，对称性自发破缺–一个柔和的影响–将大统一相互作用的对称性隐藏了起来。真正要求的是基本的裸参数是相等的，或者换个比较无趣的说法，不同相互作用的跑动耦合常数要在一个更高能标以上相等。

借助从在QCD中发展起来并且经过检验的公式的推广形式，我们可以计算耦合常数的跑动，从而看到是否这一要求确实被实现了。对虚粒子的谱做出假设是必需的。如果存在尚未观测到的其他重粒子（或者说场比较好），当能标超过其质量时，它们会对耦合常数的跑动产生可观的影响。我们考虑一个默认的假设：除了在标准模型中出现的粒子之外别无其它。图2是这一计算的结果。 考虑到其延伸之远，这一计算效果显著，然而精确的实验数据毫无异义地说明我们做错了什么。超对称提供了一种十分诱人的拓展标准模型的方案。超对称不可能是严格成立的，然而如果它仅仅是微弱地被破缺（于是超伙伴们的质量会在1TeV以内），它可以解释为什么希格斯质量参数的辐射修正或等价的电弱对称性破缺的标度不会不可思议地大。若没有超对称，量纲分析指出这一参数有一个“硬”的，对于截断的二次型依赖。超对称通过玻色子圈与费米子圈相消将发散最严重的部分消除了。如果超伙伴们的质量不太大的话，剩余的来自超对称破缺的贡献也不会过大。

标准模型的最小超对称扩展对于从1TeV附近开始的虚粒子谱做出了半定量的预测。由于耦合常数以对数方式跑动，它对于未知的超对称粒子谱的细节并不很敏感，我们可以定量地计算超对称对于大统一假设的影响。图三显示的结果很令人振奋。 超对称具有如此吸引人的特质，而值得指出的是，它有一个十分具有挑战性的一般性质。我们曾经看到，不具有超对称的标准模型如何在其可重整相互作用的对称性和现实世界出现的对称性之间实现了几乎完美的一一对应。超对称的引入破坏了这一特质。费米子的超伙伴是由量纲为一的场描述的。这意味着破坏包括重子数和轻子数在内的味对称性的可能的低量纲相互作用大大增多了。看来，我们需要一些额外的原则，或者特殊的分立对称性，来有效地压低这

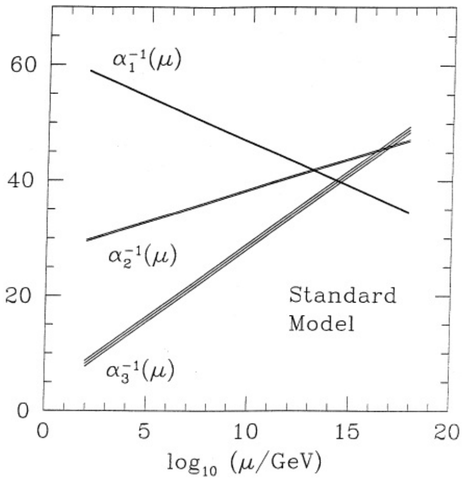

图 2: FIG.2.将耦合常数的跑动拓展到极高能标的结果，只用标准模型内的场。这些耦合常数重合的不很好。实验的不确定度是由线的粗细代表的。图片来自K.Dienes

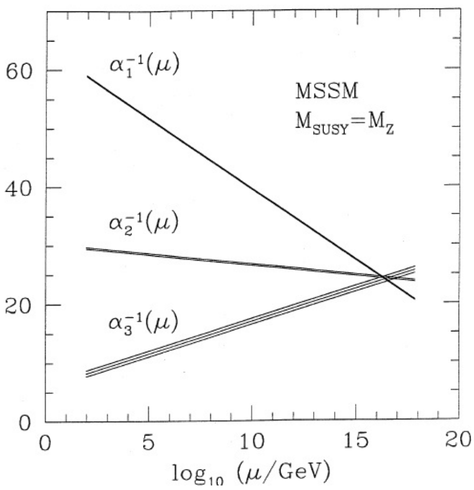

图 3: FIG.3.将1TeV以上的超对称粒子考虑在内后，将耦合常数的跑动外推至极高能标的结果。在实验和理论不确定度范围之内，这些耦合常数确实重合了。图片来自K.Dienes

些相互作用。

关于耦合常数统一的计算，尤其是带有超对称的计算，带来的一个令人瞩目的结果就是大统一实现的能量标度在传统粒子物理的标准衡量下是出奇高的，可能接近$10^{16-17}GeV$。从现象学的角度讲这是幸运的。最有希望的大统一方案将夸克、反夸克、轻子、反轻子组合成共同的多重态，并有规范玻色子在所有这些粒子之间传递相互作用以及转变。破坏重子数的的过程几乎是不可避免的，其反应速率反比于规范玻色子质量的四次方，也就是反比于大统一能标的四次方。只有很大的能标才能避免实验上对于核子寿命的限制。从理论的角度上说高能标是令人兴奋的，因为它将我们从以实验为基础的粒子物理的内部逻辑结构带向量子引力的边缘，正如我们下面要讨论的。

四.局限性？

关于量子场论取得的胜利的的介绍–无论是已经取得的还是预期的–就到此为止。量子场论基本的局限性，如果存在的话，是相对不明显的。其在引力上的应用，至今取得的成果远远比它在描述其他基本相互作用上的胜利逊色许多。

现有的所有关于引力的实验结果都可以用一个非常美丽而且观念上简单的经典场论–爱因斯坦的广义相对论来描述。将这一理论囊括进我们对于世界的基于量子场论的描述是容易的，只需引入与标准模型中的场之间的最小耦合—即将普通导数替换为协变导数，乘以适当的因子$\sqrt{g}$，并且加入爱因斯坦-希尔伯特曲率项。得到的理论—附带上忽略涉及引力子的辐射修正的要求—是我们对于物理世界描述的基础。事实上它运转良好。

然而从哲学上说，如果我们可以过于直接的构造一个引力的量子理论的话，那将是很令人失望的，追溯到毕达哥拉斯的时代，那时候一般的看法是，世界的性质是由数学原理唯一确定的。这一见识的现代版本是普朗克给出的，就在他引入了他的作用量量子之后不久。适当地将作为速度和作用量单位的c和$\hbar$组合在一起，以及加入普朗克质量$M_{Planck}=\sqrt{\frac{\hbar c}{G}}$，我们可以构造任何可以用于测量的单位。能量的单位是$M_{Planck}c^2$，电荷的单位是$\sqrt{\hbar c}$，如是。另一方面，我们不能以这三个物理量组成无量纲参数。于是我们希望有一个理论能深刻地将$\hbar$、c和G全部囊括，于是所有的物理量在这一套自然单位中都可以被表为无量纲的纯数。

在其范畴之内，QCD达到了十分接近这一远见的程度—事实上，是以一种更为大胆的方式！让我们将强相互作用稍微理想化一点，想象只有两种味的无质量的理论。于是从两个整数3（三种色）和2（两种味），$\hbar$和c—无需质量参数—一个强子谱，具有质量比以及其他与实际观测吻合的性质，在计算中出现了。总的质量单位不能被确定，但这个不确定因素就理论自身来说是无关紧要的。

理想的毕达哥拉斯/普朗克式的理论不会包含任何纯数字作为参数（毕达哥拉斯可能会容忍几个较小的整数的存在）。例如$m_e/M_{Planck}\sim 10^{-22}$,即普朗克单位下电子的质量，会由动力学计算得到。这个理想可能过于野心勃勃了，不过在一个自然地囊括引力的量子理论的内在要求中中产生对于可观测量的限制条件的期望是合理的。事实上我们已经看到，若要求强、弱、电磁相互作用从一个统一的规范对称性中衍生出来，标准模型的参量之间是存在着这种约束的，于是这种约束是有先例的。耦合常数的统一不仅仅提供了一个有启发性的模型，而且在两个方面给了普朗克式理论的创建提供了直接的支持。首先，它给出

了一个和普朗克能标很接近的对称性破缺能标（尽管明显地小一百倍或一千倍），于是就有了比10^{-22}看起来更“合理”的纯数字。第二，它表明了一个大的能标差异如何被一个小的耦合强度比所控制，如耦合常数的对数式跑动–所以10^{-22}并不是那么的不合理。

由此故，也许直接的、最小的将引力囊括进量子场论的方式—其中不含有如上的此类约束–出现问题其实是幸运的。这些问题可以明确地归为两类。首先，重整化在量纲分析的层面就失效了。作用量中爱因斯坦-希尔伯特项前面的大因子$1/G$代表着将时空扭曲的困难程度。若我们以平直时空为背景将爱因斯坦-希尔伯特作用量以如下形式展开：

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + \sqrt{G} h_{\alpha\beta} \tag{17}$$

我们会看到作用量中的二次项给出了一个归一化的自旋为2量纲为1的引力子场$h_{\alpha\beta}$，G因子相互抵消。然而表示相互作用的高阶项将带有G的正幂次。由于G自身的量纲是-2，这些相互作用是不可重整的。引力子与物质场的耦合也与此类似。我们预期在多个引力子交换的过程中越来越多的$\frac{\Lambda}{M_{Planck}}$会出现，消去这些截断是不可能的。

第二，引力的一个定性的特点—空间之轻–或者说是一个为零的宇宙学常数，并不能被解释。早先我们提及了量子场论的一个一般特点—发散的真空能。对于不含引力的过程来说由于只有能量之差才有意义，我们可以暂时避开这个问题。但引力知道这部分能量的存在。当我们想到标准模型以及其大统一推广之中，在我们认为是空间的地方其实充满了比我们能观测的程度重得多的凝聚体，我们就更困惑了。量子场论至今对于这些问题的失效，或许反映着其基本原理的失效，或者仅仅是由于一个正确的理论应有的对称性原理和基本自由度还没有被发现的原因。

关于建立包含引力的量子理论的有希望的见解正在从对于弦/M理论的研究中产生出来，这在这一辑的其他地方有所讨论。这些研究是否会汇聚成为一个对于自然的准确描述，如果是的话这个描述是否会以一个定域场论的形式出现（可能会定义在高维空间里，包含许多标准模型中不曾有的场），这些问题尚无答案。从这方面讲，简要回顾量子场论那充满荆棘的历史是有益的。

如上所述，在1930年代取得初步成功之后，出现了一个漫长的迷茫时期。对于在计算量子电动力学和β衰变过程中的圈图时出现的发散的处理，带来的只有迷惑和失败。相似的无穷大也困扰着汤川的派介子理论，它另有一个困难就是与实验符合所需的耦合常数很大，故树图计算给出的近似并不好。多数量子场论的建立者，包括玻尔、海森堡、泡利、以及（由于各不相同的原因）爱因斯坦和薛定谔，都感到进一步的发展需要全新的创见。这一创见带来的革命性影响将不亚于量子力学本身，并且将引入新的基本长度。

量子电动力学在40年代时复苏了，很大程度上是由于实验技术发展带来的刺激。这些实验上的发展使得对于原子过程的精确测量超出了树图近似能够说明的程度。从纠缠在一起的发散中提取对于物理问题的有限答案的方案形成了，与实验惊人的符合—无需改变电动力学自身或是舍弃相对论量子场论的原理。

在这波成功之后又一段迷茫的时期到来了。为电动力学而发展的重整化方法似乎在弱相互作用中失效了。同时为汤川的派介子理论定义一个微扰展开是可行的，然而强耦合使这一有限的成功成为仅仅形式上的进展（而且汤川概要性的理论似乎完全不能描述那时候

新发现的各种丰富的现象)。无论如何，作为一个实际的问题，五十和六十年代包括一类新的弱相互作用和一个具有复杂相互作用的丰富的强子共振态谱各种实验发现需要被消化以及相互关联。在这个逐步澄清格局的时期量子场论被广泛的作为一个框架而应用，但是更基本的问题被搁置了。很多理论家感到量子场论在更深的层次是错误的，需要被某种S矩阵理论或者靴带理论所替代；大多数人认为量子场论是错的，或其运用是不成熟的，特别对于强相互作用而言。

后来的现象学工作澄清，弱相互作用是被具有普适强度的流-流相互作用支配的，将其解释为交换中间玻色子成为了一个吸引人的想法。以对称性自发破缺赋予规范场质量的模型被建立起来。有人猜测，后经证实，这些理论中高度的对称性允许我们将微扰论中的发散分离出来并加以控制。一个精神上与QED相似但是细节上更为复杂的重整化方案是可行的。对称性自发破缺是一个非常温和的影响，这十分关键。它对于理论在发散需要相消的高动量处的对称性影响不显著。

对于强相互作用的现象学工作使得观察到的强耦合粒子–介子和重子—是复合粒子的可能性日渐增加。这一观点存在两种证据：一方面，以这种方式为观察到了介子和重子建立粗糙却有效的夸克-反夸克以及夸克-夸克-夸克束缚态模型是可能的；另一方面，实验为光子与强子的硬作用提供了数据，正如将强子的组分作为定域场看待得到的预计一致。对于一个具有合适性质的量子场论的追寻带来了唯一的候选者，它包括夸克以及一种新的成分—色胶子。

这些强和弱相互作用的量子场论被随后的实验戏剧性地证实了，并在过去的二十年里的种种严格检验中生存了下来。它们组成了标准模型。在这一时期，标准模型的种种局限性以及极可观的优势逐渐清晰。下一个重大进展是否需要一个对于量子场论原理的根本背弃，还是像之前一样，是对其潜力更好的挖掘，我们拭目以待。

致谢：

我要感谢S.Treiman极其有益的指导，和M.Alford,K.Babu,C.Kolda以及J.March-Russell对于草稿的检校。F.W接受DOE基金DE-FG02-90ER40542的部分资助。

参考文献

[1] T.P.Cheng和L.F.Li ⟨Gauge Theory of Elementary Particle Physics⟩（Oxford，1984）

[2] M.Peskin和D.Schroeder ⟨Introduction to Quantum Field Theory⟩（Addison-Wesley，1995）

[3] S.Weinberg ⟨The Quantum Theory of Fields I,(Cambridge,1995) and The Quantum Theory of Fields,II,(Cambridge,1996)⟩